

Dr hab. inż. Paweł Kolwicz, prof. nadzw.
Instytut Matematyki, Wydział Elektryczny
Politechnika Poznańska
e-mail: pawel.kolwicz@put.poznan.pl

Punktowe multiplikatory, iloczyny i faktoryzacja funkcyjnych przestrzeni Banacha

Uniwersytet Jagielloński
4.11.2015

Twierdzenie faktoryzacyjne Łozanowskiego może być zapisane w postaci $L^1 \equiv E \odot E'$, gdzie \odot oznacza punktowy iloczyn idealnych przestrzeni Banacha oraz E' jest przestrzenią dualną w sensie Köthe'go do E . Uogólniając powyższą równość można postawić pytanie kiedy można sfaktoryzować przestrzeń F przez E , to znaczy kiedy zachodzi równość

$$F \equiv E \odot M(E, F), \quad (1)$$

gdzie $M(E, F)$ jest przestrzenią punktowych multiplikatorów z E do F . Dla danych idealnych przestrzeni Banacha E oraz F nad tą samą przestrzenią miary (Ω, Σ, μ) zdefiniujemy punktowy iloczyn $E \odot F$ jako

$$E \odot F = \{x \cdot y : x \in E \text{ oraz } y \in F\}.$$

z funkcjonalem $\|\cdot\|_{E \odot F}$ określonym wzorem

$$\|z\|_{E \odot F} = \inf \{\|x\|_E \|y\|_F : z = xy, x \in E, y \in F\}. \quad (2)$$

Ponadto, przestrzeń punktowych multiplikatorów $M(E, F)$ jest zdefiniowana równością

$$M(E, F) = \{x \in L^0 : xy \in F \text{ dla każdego } y \in E\}$$

z operatorową (semi) normą

$$\|x\|_{M(E, F)} = \sup_{\|y\|_E=1} \|xy\|_F.$$

Omówimy podstawowe własności konstrukcji $M(E, F)$ oraz $E \odot F$. Następnie, rozważymy równość (1) z normami równoważnymi, to znaczy $F = E \odot M(E, F)$. Zaprezentujemy rezultaty dotyczące takiej faktoryzacji w wybranych klasach funkcyjnych przestrzeni Banacha, co jest możliwe do uzyskania poprzez znalezienie postaci dla $M(E, F)$ oraz $E \odot F$ oddzielnie. Stąd twierdzenia o reprezentacji przestrzeni $M(E, F)$ oraz $E \odot F$ dla konkretnych klas przestrzeni Banacha będą w tym miejscu użyteczne. Referat będzie przygotowany w oparciu o wyniki z dwóch artykułów.

[1] Paweł Kolwicz, Karol Leśnik and Lech Maligranda, *Pointwise multipliers of Calderón-Lozanovskiĭ spaces*, Math. Nachr. Vol. 286, no. 8-9, (2013), 876-907.

[2] Paweł Kolwicz, Karol Leśnik and Lech Maligranda, *Pointwise products of some Banach function spaces and factorization*, J. Funct. Anal. 266, 2, (2014), 616-659.